

SERIE NUM 3

Exercice numéro 1

La répartition de 100 étudiants après observation de leurs résultats en mathématiques variables x et en statistique variable y a donné les résultats suivants

i \ j		1	2	3	4
	$x_i \ y_j$	7	11	12	15
1	2	9	2	2	0
2	6	7	27	4	1
3	8	1	3	15	4
4	12	0	0	4	17
5	14	0	1	2	1

I- Calcule les moyennes marginales \bar{X} et \bar{Y} et les écarts types marginaux de X et de Y

II- Déterminer la covariance et le coefficient de corrélation linéaire

III- Déterminer la droite d'ajustement de Y par la variable X

I

1- Calcule les moyennes marginales \bar{X} et \bar{Y}

*Suivant x:

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^i f_i x_i = \sum_{i=1}^i \frac{n_i}{n_T} x_i$$

Avec n_T c'est l'effectifs total égal a 100 sur exo.

Pour calculer \bar{X} il faut calculer n_i ($i=1 ;5$).

On 'a : n_i c'est la somme des effectifs qui ont le même caractère x_i

Donc :

$$n_1 = n_{11} + n_{12} + n_{13} + n_{14} = 9 + 2 + 2 + 0 = 1$$

$$n_2 = n_{21} + n_{22} + n_{23} + n_{24} = 7 + 27 + 4 + 1 = 39$$

$$n_3 = n_{31} + n_{32} + n_{33} + n_{34} = 1 + 3 + 15 + 4 = 23$$

$$n_4 = n_{41} + n_{42} + n_{43} + n_{44} = 0 + 0 + 4 + 17 = 21$$

$$n_5 = n_{51} + n_{52} + n_{53} + n_{54} = 0 + 1 + 2 + 1 = 4$$

Remarque $\sum n_i = n_T = 100$

$$\Rightarrow \bar{X} = \sum_{i=1}^5 f_i x_i = \sum_{i=1}^5 \frac{n_i}{n_T} x_i = \frac{1}{100} (n_1 x_1 + n_2 x_2 + n_3 x_3 + n_4 x_4 + n_5 x_5)$$

$$= \frac{1}{100} (13 * 2 + 39 * 6 + 23 * 8 + 21 * 12 + 4 * 14) = \frac{752}{100} = 7,52$$

$$\Rightarrow \bar{X} = 7,52$$

i \ j		1	2	3	4		
	$x_i \ y_j$	7	11	12	15	n_i	$n_i \cdot x_i$
1	2	9	2	2	0	13	26
2	6	7	27	4	1	39	234
3	8	1	3	15	4	23	184
4	12	0	0	4	17	21	252
5	14	0	1	2	1	4	56
							$\sum_{i=1}^5 n_i x_i = 752$

***Suivant y:**

$$\bar{Y} = \sum_{j=1}^4 f_j y_j = \sum_{j=1}^4 \frac{n_j}{n_T} y_j$$

Avec n_T c'est l'effectifs total égal à 100 sur exo.

Pour calculer \bar{Y} il faut calculer n_j ($j=1;4$).

On a : n_j c'est la somme des effectifs qui ont le même caractère y_j

Donc :

$$n_1 = n_{11} + n_{21} + n_{31} + n_{41} + n_{51} = 9 + 7 + 1 + 0 + 0 = 17$$

$$n_2 = n_{12} + n_{22} + n_{32} + n_{42} + n_{52} = 2 + 27 + 3 + 0 + 1 = 33$$

$$n_3 = n_{13} + n_{23} + n_{33} + n_{43} + n_{53} = 2 + 4 + 15 + 4 + 2 = 27$$

$$n_4 = n_{14} + n_{24} + n_{34} + n_{44} + n_{54} = 0 + 1 + 4 + 17 + 1 = 23$$

Remarque $\sum n_j = n_T = 100$

$$\Rightarrow \bar{Y} = \sum_{j=1}^4 f_j y_j = \sum_{j=1}^4 \frac{n_j}{n_T} y_j = \frac{1}{100} (n_1 y_1 + n_2 y_2 + n_3 y_3 + n_4 y_4)$$

$$= \frac{1}{100} (17 * 7 + 33 * 11 + 27 * 12 + 23 * 15) = \frac{1151}{100} = 11,51$$

$$\Rightarrow \bar{Y} = 11,51$$

i \ j		1	2	3	4		
	X _i \ y _j	7	11	12	15	n _i	n _i · X _i
1	2	9	2	2	0	13	26
2	6	7	27	4	1	39	234
3	8	1	3	15	4	23	184
4	12	0	0	4	17	21	252
5	14	0	1	2	1	4	56
	n _j	17	33	27	23		∑ _{i=1} ⁱ n _i x _i = 752
	n _j · y _j	119	363	324	345	∑ _{j=1} ^j n _j y _j = 1151	

2- Calcule les écarts types marginaux de X et de Y

*Suivant X:

On a écart type suivant (x) $\sigma(x) = \sqrt{\text{var}(x)}$

Donc pour calculer $\sigma(x)$ il faut calculer $\text{var}(x)$

$$\begin{aligned} \text{var}(x) &= \sum_{i=1}^i f_i x_i^2 - \bar{X}^2 = \sum_{i=1}^5 \frac{n_i}{n_T} x_i^2 = \frac{1}{100} (n_1 x_1^2 + n_2 x_2^2 + n_3 x_3^2 + n_4 x_4^2 + n_5 x_5^2) - \bar{X}^2 \\ &= \frac{1}{100} (13 * 2 * 2 + 39 * 6 * 6 + 23 * 8 * 8 + 21 * 12 * 12 + 4 * 14 * 14) - 7,52^2 \\ &= \frac{1}{100} (52 + 1404 + 1472 + 3024 + 784) - 7,52^2 = \frac{6736}{100} - 7,52^2 = 10,8096 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \sigma(x) = \sqrt{10,8096} = 3,28779$$

i \ j		1	2	3	4			
	X _i \ y _j	7	11	12	15	n _i	n _i · X _i	n _i · X _i ²
1	2	9	2	2	0	13	26	52
2	6	7	27	4	1	39	234	1404
3	8	1	3	15	4	23	184	1472
4	12	0	0	4	17	21	252	3024
5	14	0	1	2	1	4	56	784
	n _j	17	33	27	23		∑ _{i=1} ⁱ n _i x _i = 752	∑ _{i=1} ⁱ n _i x _i ² = 6736
	n _j · y _j	119	363	324	345	∑ _{j=1} ^j n _j y _j = 1151		

***Sivant Y:**

On a écart type sivant (y) $\sigma(y) = \sqrt{\text{var}(y)}$

Donc pour calculer $\sigma(x)$ il faut calculer $\text{var}(x)$

$$\begin{aligned} \text{var}(y) &= \sum_{j=1}^j f_j y_j^2 - \bar{Y}^2 = \sum_{j=1}^4 \frac{n_j}{n_T} y_j^2 = \frac{1}{100} (n_1 y_1^2 + n_2 y_2^2 + n_3 y_3^2 + n_4 y_4^2) - \bar{Y}^2 \\ &= \frac{1}{100} (17 * 7 * 7 + 33 * 11 * 11 + 27 * 12 * 12 + 23 * 15 * 15) - 11.51^2 \\ &= \frac{1}{100} (833 + 3993 + 3888 + 5174) - 11.51^2 = \frac{13889}{100} - 11.51^2 = 6.4099 \\ &\Rightarrow \sigma(y) = \sqrt{6.4099} = 2.53177 \end{aligned}$$

i j		1	2	3	4			
	$X_i \quad y_j$	7	11	12	15	n_i	$n_i \cdot X_i$	$n_i \cdot X_i^2$
1	2	9	2	2	0	13	26	52
2	6	7	27	4	1	39	234	1404
3	8	1	3	15	4	23	184	1472
4	12	0	0	4	17	21	252	3024
5	14	0	1	2	1	4	56	784
	n_j	17	33	27	23		$\sum_{i=1}^i n_i x_i = 752$	$\sum_{i=1}^i f_i x_i^2 = 6736$
	$n_j \cdot y_j$	119	363	324	345	$\sum_{j=1}^j n_j y_j = 1151$		
	$n_j \cdot y_j^2$	833	3993	3888	5175	$\sum_{j=1}^j f_j y_j^2 = 13889$		

II

1- Calcule la covariance $Cov(x,y)$

$$\begin{aligned}
 cov(x,y) &= \frac{1}{n_T} \sum_{i=1}^i \sum_{j=1}^j n_{ij} x_i y_j - \bar{X}\bar{Y} \\
 &= \frac{1}{100} (n_{11}x_1y_1 + n_{21}x_2y_1 + n_{31}x_3y_1 + n_{41}x_4y_1 + n_{51}x_5y_1 \\
 &\quad + n_{12}x_1y_2 + n_{22}x_2y_2 + n_{32}x_3y_2 + n_{42}x_4y_2 + n_{52}x_5y_2 \\
 &\quad + n_{13}x_1y_3 + n_{23}x_2y_3 + n_{33}x_3y_3 + n_{43}x_4y_3 + n_{53}x_5y_3 \\
 &\quad + n_{14}x_1y_4 + n_{24}x_2y_4 + n_{34}x_3y_4 + n_{44}x_4y_4 + n_{54}x_5y_4) - \bar{X}\bar{Y} \\
 &= \frac{1}{100} (9 * 2 * 7 + 7 * 6 * 7 + 1 * 8 * 7 + 0 * 12 * 7 + 0 * 14 \\
 &\quad * 7 + 2 * 2 * 11 + 27 * 6 * 11 + 3 * 8 * 11 + 0 * 12 * 11 + 1 \\
 &\quad * 14 * 11 + 2 * 2 * 12 + 4 * 6 * 12 + 15 * 8 * 12 + 4 * 12 \\
 &\quad * 12 + 2 * 14 * 12 + 0 * 2 * 15 + 1 * 6 * 15 + 4 * 8 * 15 + 17 \\
 &\quad * 12 * 15 + 1 * 14 * 15) - \overline{7.52} * \overline{11.51} = \frac{9248}{100} - 86,5552 \\
 &= 5.9248
 \end{aligned}$$

i \ j		1	2	3	4			
	X_i Y_j	7	11	12	15	n_i	$n_i \cdot X_i$	$n_i \cdot X_i^2$
1	2	n11 9	n12 2	n13 2	n14 0	13	26	52
2	6	n21 7	n22 27	n23 4	n24 1	39	234	1404
3	8	n31 1	n32 3	n33 15	n34 4	23	184	1472
4	12	n41 0	n42 0	n43 4	n44 17	21	252	3024
5	14	n51 0	n52 1	n53 2	n54 1	4	56	784
	n_j	17	33	27	23		$\sum_{i=1}^i n_i x_i = 752$	$\sum_{i=1}^i f_i x_i^2 = 6736$
	$n_j \cdot y_j$	119	363	324	345	$\sum_{j=1}^j n_j y_j = 1151$		
	$n_j \cdot y_j^2$	833	3993	3888	5175	$\sum_{j=1}^j f_j y_j^2 = 13889$		

i \ j		1	2	3	4			
	X _i Y _j	7	11	12	15	n _i	n _i · X _i	n _i · X _i ²
1	2	126 9	44 2	48 2	0 0	13	26	52
2	6	294 7	1782 27	288 4	90 1	39	234	1404
3	8	56 1	264 3	1440 15	480 4	23	184	1472
4	12	0 0	0 0	576 4	3060 17	21	252	3024
5	14	0 0	154 1	336 2	210 1	4	56	784
	n _j	17	33	27	23		$\sum_{i=1}^i n_i x_i = 752$	$\sum_{i=1}^i f_i x_i^2 = 6736$
	n _j · y _j	119	363	324	345	$\sum_{j=1}^j n_j y_j = 1151$		
	n _j · y _j ²	833	3993	3888	5175	$\sum_{j=1}^j f_j y_j^2 = 13889$	$\sum_{i=1}^i \sum_{j=1}^j n_{ij} x_i y_j = 9248$	

2- Coefficient de corrélation linéaire $\varepsilon(x,y)$

$$\varepsilon(x,y) = \frac{cov(x,y)}{\sigma(x) \cdot \sigma(y)} = \frac{5.9248}{3.28779 * 2.53177} = 0,711779$$

III

1- La droite d'ajustement de Y par variable X ou Y=f(X)

Donc : $Y = aX + b$

Avec :

$$a = \frac{cov(x,y)}{var(x)} = \frac{5.9248}{10.8096} = 0.5481$$

$$b = \bar{Y} - a\bar{X} = 11.51 - 0.5481 * 7.52 = 7.388288$$

$$Y = 0,5481.X + 7.388288$$

Exercice numéro 2

Une expérience a été entreprise sur 250 personnes pour étudier la relation qui existe entre l'âge X et le temps de sommeil Y.

Le tableau ci-dessous a été obtenu.

i \ j		1	2	3	4
	$x_i \ y_j$	[5 -7 [[7 -9 [[9 -11 [[11 -15 [
1	[1 -3 [0	0	2	36
2	[3 -11 [0	3	12	26
3	[11 -19 [2	8	35	16
4	[19 -31 [9	26	22	3
5	[31 -59 [29	15	6	0

I- Calculer les moyennes marginales \bar{X} et \bar{Y} et les écarts types marginaux de X et de Y

II- Déterminer la covariance et le coefficient de corrélation linéaire

III- Déterminer la droite d'ajustement de Yen X

I

1- Calcule les moyennes marginales \bar{X} et \bar{Y}

*Suivant x:

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^i f_i x_i = \sum_{i=1}^i \frac{n_i}{n_T} x_i$$

Avec n_T c'est l'effectifs total égal a 100 sur exo.

Pour calculer \bar{X} il faut calculer n_i ($i=1;5$).

On 'a : n_i c'est la somme des effectifs qui ont le même caractère x_i

Donc :

$$n_1 = n_{11} + n_{12} + n_{13} + n_{14} = 0 + 0 + 2 + 36 = 38$$

$$n_2 = n_{21} + n_{22} + n_{23} + n_{24} = 0 + 3 + 12 + 26 = 41$$

$$n_3 = n_{31} + n_{32} + n_{33} + n_{34} = 2 + 8 + 35 + 16 = 61$$

$$n_4 = n_{41} + n_{42} + n_{43} + n_{44} = 9 + 26 + 22 + 3 = 60$$

$$n_5 = n_{51} + n_{52} + n_{53} + n_{54} = 29 + 15 + 6 + 0 = 50$$

Remarque $\sum n_i = n_T = 250$

Et x_i c'est le centre des classes i de forme $[e_{i-1} - e_i [$

$$x_i = \frac{e_i + e_{i-1}}{2}$$

$$e_1 = (1+3)/2 = 2$$

$$e_2 = (3+11)/2 = 7$$

$$e_3 = (11+19)/2 = 15$$

$$e_4 = (19+31)/2 = 25$$

$$e_5 = (31+59)/2 = 45$$

$$\Rightarrow \bar{X} = \sum_{i=1}^5 f_i x_i = \sum_{i=1}^5 \frac{n_i}{n_T} x_i = \frac{1}{250} (n_1 x_1 + n_2 x_2 + n_3 x_3 + n_4 x_4 + n_5 x_5)$$

$$= \frac{1}{250} (38 * 2 + 41 * 7 + 61 * 15 + 60 * 25 + 50 * 45) = \frac{5028}{250} = 20.112$$

$$\Rightarrow \bar{X} = 20.112$$

i \ j		1	2	3	4			
	$X_i \ y_j$	[5 -7 [[7 -9 [[9 -11 [[11 -15 [x_i	n_i	$n_i x_i$
1	[1 -3 [0	0	2	36	2	38	76
2	[3 -11 [0	3	12	26	7	41	287
3	[11 -19 [2	8	35	16	15	61	915
4	[19 -31 [9	26	22	3	25	60	1500
5	[31 -59 [29	15	6	0	45	50	2250
								$\sum_{i=1}^5 n_i x_i = 5028$

***Suivant y:**

$$\bar{Y} = \sum_{j=1}^j f_j y_j = \sum_{j=1}^j \frac{n_j}{n_T} y_j$$

Avec n_T c'est l'effectifs total égal à 100 sur exo.

Pour calculer \bar{Y} il faut calculer n_j ($j=1 ; 4$).

On a : n_j c'est la somme des effectifs qui ont le même caractère y_j

Donc :

$$n_1 = n_{11} + n_{21} + n_{31} + n_{41} + n_{51} = 0 + 0 + 2 + 9 + 29 = 40$$

$$n_2 = n_{12} + n_{22} + n_{32} + n_{42} + n_{52} = 0 + 3 + 8 + 26 + 15 = 52$$

$$n_3 = n_{13} + n_{23} + n_{33} + n_{43} + n_{53} = 2 + 12 + 35 + 22 + 6 = 77$$

$$n_4 = n_{14} + n_{24} + n_{34} + n_{44} + n_{54} = 36 + 26 + 16 + 3 + 0 = 81$$

Remarque $\sum n_j = n_T = 250$

Et x_i c'est le centre des classes i de forme $[e_{j-1} - e_j [$

$$y_j = \frac{e_j + e_{j-1}}{2}$$

$$e_1 = (5+7)/2=6$$

$$e_2 = (7+9)/2=8$$

$$e_3 = (9+11)/2=10$$

$$e_4 = (11+15)/2=13$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \bar{Y} &= \sum_{j=1}^j f_j y_j = \sum_{j=1}^4 \frac{n_j}{n_T} y_j = \frac{1}{250} (n_1 y_1 + n_2 y_2 + n_3 y_3 + n_4 y_4) \\ &= \frac{1}{250} (40 * 6 + 52 * 8 + 77 * 10 + 81 * 12) = \frac{2479}{250} = 9.916 \\ &\Rightarrow \bar{Y} = 9.916 \end{aligned}$$

j		1	2	3	4			
	x_i y_j	[5 -7 [[7 -9 [[9 -11 [[11 -15 [x_i	n_i	$n_i x_i$
1	[1 -3 [0	0	2	36	2	38	76
2	[3 -11 [0	3	12	26	7	41	287
3	[11 -19 [2	8	35	16	15	61	915
4	[19 -31 [9	26	22	3	25	60	1500
5	[31 -59 [29	15	6	0	45	50	2250
	y_j	6	8	10	13			$\sum_{i=1}^5 n_i x_i = 5028$
	n_j	40	52	77	81			
	$n_j y_j$	240	416	770	1053	$\sum_{j=1}^j n_j y_j = 2479$		

1- Calcule les écarts types marginaux de X et de Y

***Suivant X:**

On a écart type suivant (x) $\sigma(x) = \sqrt{\text{var}(x)}$

Donc pour calculer $\sigma(x)$ il faut calculer $\text{var}(x)$

$$\begin{aligned}
 \text{var}(x) &= \sum_{i=1}^5 f_i x_i^2 - \bar{X}^2 = \sum_{i=1}^5 \frac{n_i}{n_T} x_i^2 = \frac{1}{250} (n_1 x_1^2 + n_2 x_2^2 + n_3 x_3^2 + n_4 x_4^2 + n_5 x_5^2) - \bar{X}^2 \\
 &= \frac{1}{250} (38 * 2 * 2 + 41 * 7 * 7 + 61 * 15 * 15 + 60 * 25 * 25 + 50 * 45 * 45) \\
 &\quad - 20.112^2 = \frac{1}{250} (152 + 2009 + 13725 + 37500 + 101250) - 20.112^2 \\
 &= \frac{154636}{250} - 20.112^2 = 214.051456 \\
 &\Rightarrow \sigma(x) = \sqrt{214.051456} = 14.6304975
 \end{aligned}$$

i j		1	2	3	4					
	x_i y_j	[5 -7 [[7 -9 [[9 -11 [[11 -15 [x_i	n_i	$n_i x_i$	$n_i x_i^2$	
1	[1 -3 [0	0	2	36		2	38	76	152
2	[3 -11 [0	3	12	26		7	41	287	2009
3	[11 -19 [2	8	35	16		15	61	915	13725
4	[19-31 [9	26	22	3		25	60	1500	37500
5	[31 -59 [29	15	6	0		45	50	2250	101250
	y_j	6	8	10	13			$\sum_{i=1}^5 n_i x_i$ = 5028	$\sum_{i=1}^5 n_i x_i^2$ = 154636	
	n_j	40	52	77	81					
	$n_j y_j$	240	416	770	1053	$\sum_{j=1}^j n_j y_j = 2479$				

***Suivant Y:**

On a écart type suivant (y) $\sigma(y) = \sqrt{\text{var}(y)}$

Donc pour calculer $\sigma(x)$ il faut calculer $\text{var}(x)$

$$\begin{aligned}
 \text{var}(y) &= \sum_{j=1}^j f_j y_j^2 - \bar{Y}^2 = \sum_{j=1}^4 \frac{n_j}{n_T} y_j^2 = \frac{1}{100} (n_1 y_1^2 + n_2 y_2^2 + n_3 y_3^2 + n_4 y_4^2) - \bar{Y}^2 \\
 &= \frac{1}{250} (40 * 6 * 6 + 52 * 8 * 8 + 77 * 10 * 10 + 81 * 13 * 13) - 9.916^2 \\
 &= \frac{1}{250} (1440 + 3328 + 7700 + 13689) - 9.916^2 = \frac{26157}{250} - 9.916^2 = 6.300944
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \sigma(y) = \sqrt{6.300944} = 2.51016812$$

i j		1	2	3	4					
	x_i y_j	[5 -7 [[7 -9 [[9 -11 [[11 -15 [x_i	n_i	$n_i x_i$	$n_i x_i^2$	
1	[1 -3 [0	0	2			2	38	76	152
					36					
2	[3 -11 [0	3				7	41	287	2009
				12						
3	[11 -19 [2	8	35	16		15	61	915	13725
4	[19-31 [9	26	22	3		25	60	1500	37500
5	[31 -59 [15	6	0		45	50	2250	101250
		29								
	y_j	6	8	10	13				$\sum_{i=1}^5 n_i x_i = 5028$	$\sum_{i=1}^5 n_i x_i^2 = 154636$
	n_j	40	52	77	81					
	$n_j y_j$	240	416	770	1053	$\sum_{j=1}^j n_j y_j = 2479$				
	$n_j y_j^2$	1440	3328	7700	13689	$\sum_{j=1}^j n_j y_j^2 = 26175$				

II

1- Calcule la covariance $Cov(x,y)$

$$\begin{aligned}
 cov(x,y) &= \frac{1}{n_T} \sum_{i=1}^i \sum_{j=1}^j n_{ij} x_i y_j - \bar{X}\bar{Y} \\
 &= \frac{1}{250} (n_{11}x_1y_1 + n_{21}x_2y_1 + n_{31}x_3y_1 + n_{41}x_4y_1 + n_{51}x_5y_1 \\
 &\quad + n_{12}x_1y_2 + n_{22}x_2y_2 + n_{32}x_3y_2 + n_{42}x_4y_2 + n_{52}x_5y_2 \\
 &\quad + n_{13}x_1y_3 + n_{23}x_2y_3 + n_{33}x_3y_3 + n_{43}x_4y_3 + n_{53}x_5y_3 \\
 &\quad + n_{14}x_1y_4 + n_{24}x_2y_4 + n_{34}x_3y_4 + n_{44}x_4y_4 + n_{54}x_5y_4) - \bar{X}\bar{Y} \\
 &= \frac{1}{250} (0 * 2 * 6 + 0 * 7 * 6 + 2 * 15 * 6 + 9 * 25 * 6 + 29 \\
 &\quad * 45 * 6 + 0 * 2 * 8 + 3 * 7 * 8 + 8 * 15 * 8 + 26 * 25 * 8 \\
 &\quad + 15 * 45 * 8 + 2 * 2 * 10 + 12 * 7 * 10 + 35 * 15 * 10 + 22 \\
 &\quad * 25 * 10 + 6 * 45 * 10 + 36 * 2 * 13 + 26 * 7 * 13 + 16 * 15 \\
 &\quad * 13 + 3 * 25 * 13 + 0 * 45 * 13) - \overline{20.112} * \overline{9.916} \\
 &= \frac{42815}{250} - 20.112 * 9.916 = -28.170592
 \end{aligned}$$

i \ j	1	2	3	4					
	x_i y_j	[5 -7 [[7 -9 [[9 -11 [[11 -15 [x_i	n_i	$n_i x_i$	$n_i x_i^2$
1	[1 -3 [n11 0	n12 0	n13 2	n14 36		2	38	152
2	[3 -11 [n21 0	n22 3	n23 12	n24 26		7	41	209
3	[11 -19 [n31 2	n32 8	n33 35	n34 16		15	61	13725
4	[19-31 [n41 9	n42 26	n43 22	n44 3		25	60	37500
5	[31 -59 [n51 29	n52 15	n53 6	n54 0		45	50	101250
	y_j	6	8	10	13			$\sum_{i=1}^5 n_i x_i$ = 5028	$\sum_{i=1}^5 n_i x_i^2$ = 154636
	n_j	40	52	77	81				
	$n_j y_j$	240	416	770	1053	$\sum_{j=1}^5 n_j y_j = 2479$			
	$n_j y_j^2$	1440	3328	7700	13689	$\sum_{j=1}^5 n_j y_j^2 = 26175$			

i \ j		1	2	3	4				
	x_i y_j	[5 -7 [[7 -9 [[9 -11 [[11 -15 [x_i	n_i	$n_i x_i$	$n_i x_i^2$
1	[1 -3 [0 0	0 0	40 2	936 36		2	38	76 152
2	[3 -11 [0 0	168 3	840 12	2366 26		7	41	287 2009
3	[11 -19 [180 2	960 8	5250 35	3120 16		15	61	915 13725
4	[19-31 [1350 9	5200 26	5500 22	975 3		25	60	1500 37500
5	[31 -59 [7830 29	5400 15	2700 6	0 0		45	50	2250 101250
	y_j	6	8	10	13				$\sum_{i=1}^5 n_i x_i = 5028$ $\sum_{i=1}^5 n_i x_i^2 = 154636$
	n_j	40	52	77	81				
	$n_j y_j$	240	416	770	1053	$\sum_{j=1}^5 n_j y_j = 2479$			
	$n_j y_j^2$	1440	3328	7700	13689	$\sum_{j=1}^5 n_j y_j^2 = 26175$			$\sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 n_{ij} x_i y_j = 42815$

3- Coefficient de corrélation linéaire $\varepsilon(x,y)$

$$\varepsilon(x,y) = \frac{cov(x,y)}{\sigma(x) \cdot \sigma(y)} = \frac{-28.170592}{14.6304975 * 2.51016812} = -0.7670$$

III

2- La droite d'ajustement de Y par variable X ou $Y=f(X)$

Donc : $Y = aX + b$

Avec :

$$a = \frac{cov(x,y)}{var(x)} = \frac{-28.170592}{214.051456} = -0.1316$$

$$b = \bar{Y} - a\bar{X} = 9.916 - (-0.1316 * 20.112) = 12.5627392$$

$$Y = -0.1316.X + 12.5627392$$